

Empfehlung der Konferenz der Fachbereiche Physik zum Umgang mit den Mathematikkenntnissen von Studienanfängern der Physik

Berlin, 7. November 2011 (Stand 28.02.2012)

Die Konferenz der Fachbereiche Physik (KFP) hat gemeinsam mit der AG Schule der DPG analysiert, welche mathematischen Inhalte in den aktuellen Lehrplänen der Schule verankert sind und welche Inhalte sehr früh im Physikstudium benötigt werden. Aus den dabei gewonnenen Erkenntnissen leitet sie diese Empfehlung ab. Insbesondere sieht die KFP die Hochschulen in der Verantwortung, eine Passgenauigkeit zwischen dem Niveau der mathematischen Fertigkeiten von Schulabsolventen und dem Niveau bei Studienbeginn herzustellen. Es darf daher nicht die Aufgabe von Vorkursen in Mathematik sein, eine Lücke zwischen dem in der Schule behandelten Stoff und dem bei Studienbeginn vorausgesetzten Stoff zu überbrücken. Vorkurse sollen vielmehr dazu genutzt werden, individuelle Lücken der Schulabgänger zu schließen und sicherzustellen, dass die in der Schule behandelten mathematischen Methoden von allen Studierenden der Physik ab Studienbeginn sicher und flexibel eingesetzt werden können. Mit der folgenden Empfehlung wird formuliert, welche mathematischen Inhalte in diesem Sinne bei Studienbeginn eines Physikstudiums in Deutschland vorausgesetzt werden.

Die ersten Semester eines Physikstudiums sind geprägt von einem frühen Einsatz zahlreicher mathematischer Methoden. Schon in den Experimentalphysikvorlesungen des ersten Semesters kann auf viele dieser Methoden nicht verzichtet werden. Seit vielen Jahren ist es daher üblich, den Studierenden mathematische Methoden einerseits möglichst früh mit der Zielsetzung des praktischen Einsatzes und andererseits noch einmal später im Studium mit dem Ziel des tiefgehenden Verständnisses zu vermitteln. Ersteres bieten die Veranstaltungen „Mathematische Methoden der Physik“ im ersten Semester – letzteres findet in den Vorlesungen zur Analysis und Linearen Algebra während der ersten 3 - 4 Semester statt. Zusätzlich können freiwillige Vorkurse zur Mathematik vor dem regulären Vorlesungsbeginn individuelle Lücken im Schulwissen ausgleichen.

Vorkurse zur Mathematik:

Freiwillige Vorkurse zur Mathematik vor Studienbeginn sind nicht geeignet, um größere Gebiete der Mathematik neu einzuführen. Sie dienen vielmehr dazu, die Heterogenität der Mathematikkenntnisse auszugleichen. Schulische Inhalte sollten wiederholt und in neue Zusammenhänge gestellt werden, die den Anwendungen in der Physik nahe stehen. Der flexible Umgang mit den mathematischen Methoden sollte geübt werden, so dass z.B. unterschiedliche Darstellungen (z.B. $f'(x)$ $\dot{x}(t)$ dx/dt) besprochen werden. Insgesamt sollte ausreichend viel Übungszeit für die behandelten Gebiete vorgesehen werden. Die Vorkurse dienen auch dazu, bei Studienbeginn den Studienanfängern die Sicherheit zu vermitteln, dass die Mathematikkenntnisse des Schulstoffs ausreichend sind, um ein Physikstudium aufzunehmen.

Mathematischen Methoden:

Veranstaltungen zu Mathematischen Methoden während des ersten oder während der ersten beiden Semester sollten die Aufgabe übernehmen, neue Gebiete der Mathematik einzuführen, die in der Schule nicht behandelt werden, im Physikstudium aber sehr früh gebraucht werden. Dabei sollte der praktische Einsatz der Methoden zur Lösung von physikalischen Problem im Vordergrund stehen. Eine enge Absprache zwischen den Dozenten zum zeitlichen Ablauf der Veranstaltungen ist notwendig, um die Reihenfolge der mathematischen Themen nach Möglichkeit zu optimieren. Der systematische Aufbau der Mathematik, beginnend mit Folgen und Reihen und den Beweisen zu allen wichtigen Sätzen kann dann „in Ruhe“ in den Veranstaltungen zur Analysis und Linearen Algebra stattfinden.

Mathematische Inhalte in Stichworten Empfehlung der KFP

Behandlung des Stoffes in der Schule

- = wird in der Regel behandelt
- = wird teils behandelt und teils nicht
- = wird in der Regel nicht behandelt

Elementare mathematische Fertigkeiten aus der Mittelstufe

Berechnung von Flächen- und Volumeninhalten geometrischer Formen
 Umstellen von Gleichungen
 Bruchrechnung
 Zahlbegriff, reelle und rationale Zahlen
 Einheitenbehaftete Größen, Umrechnungen

wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt

	Baden-Württemberg	Bayern	Berlin	Brandenburg	Bremen	Hamburg	Hessen	Mecklenburg-Vorp.	Niedersachsen	Nordrhein-Westfalen	Rheinland-Pfalz	Saarland	Sachsen	Sachsen-Anhalt	Schleswig-Holstein	Thüringen

Folgen und Reihen

Beispiele von Folgen
 Konvergenz / Divergenz von Folgen, anschauliches Verständnis
 Arithmetische Reihen
 Geometrische Reihen
 Konvergenz und Divergenz von Reihen
 Konvergenzsätze für Reihen
 Cauchy-Produkt
 Partialsummen, Leibniz-, Wurzel-, Quotientenkriterium

Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium

Vektoren

Skalare und Vektoren
 Komponentendarstellung
 Kartesische Koordinaten
 Polarkoordinaten in zwei Dimensionen
 Zylinderkoordinaten
 Kugelkoordinaten
 Rechenregeln für Vektoren
 Winkel zwischen Vektoren
 Gerade im Raum
 Ebene im Raum
 Lineare Unabhängigkeit
 Skalarprodukt
 Kreuzprodukt
 Einfache Vektorfunktionen (z.B. $v = dr/dt$)
 Vektorfelder
 Einheitsvektor, orthonormales System
 Spatprodukt
 Schwarzsche Ungleichung

wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 Studium
 Studium
 Studium
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium

Matrizen

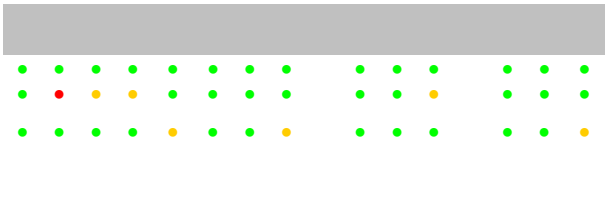
Rechenregeln mit Matrizen
 Addition und Multiplikation
 Inverse Matrix
 Einheitsmatrix
 Streckung, Punktspiegelung und Drehung als Beispiele
 Verschiebung und Drehung des Koordinatensystems
 Determinanten
 Transponieren
 Kronecker-Delta
 Eigenvektoren und Eigenwerte
 Symmetrische Matrizen, quadratische Formen, Hauptachsentransformation
 Tensoren
 Spur einer Matrix

Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium

Lineare Gleichungssysteme

Lösung einfacher linearer Gleichungssysteme
 Lösungsalgorithmen (z.B. Gauß-Algorithmus)
 Schnitte von Ebenen, Allgemeine Lösung in 3 Dimensionen
 Einführung des Matrix-Begriffs zur Darstellung von linearen Gleichungssystemen

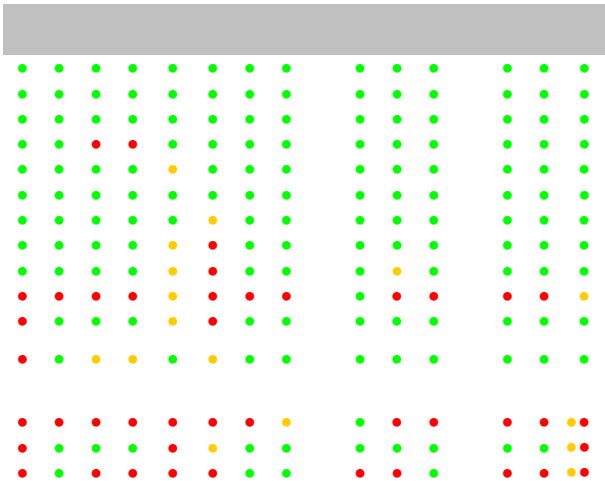
wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 Studium



Elementare Funktionen

Funktionsbegriff
 Darstellung einer Funktion
 Polynome, Rationale Funktionen
 Binomischer Satz
 Trigonometrische Funktionen
 Exponentialfunktion
 Rechenregeln für Exponentialfunktion
 Logarithmus
 Rechenregeln für Logarithmus
 Arcusfunktionen
 Begriffe: monoton, stetig, umkehrbar
 Parameter in Funktionen, Bestimmung aus bekannten Funktionswerten
 Kurvenscharen für sin, exp, Polynome
 Funktionen mit mehreren Variablen
 Verketten von Funktionen
 Parität von Funktionen

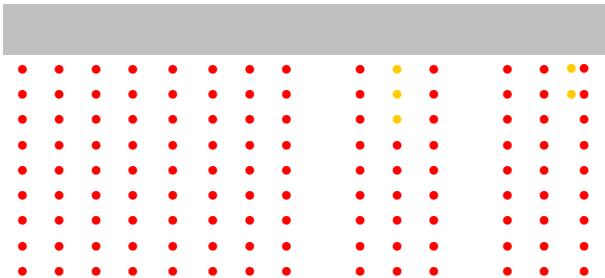
wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 Studium
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 Studium
 wird vorausgesetzt
 Studium



Komplexe Zahlen

Definitionen und Rechenregeln
 $i = \sqrt{-1}$
 Gaußsche Ebene
 Eulersche Formel
 Komplexkonjugation
 Wurzel, Potenz
 Logarithmus, trigonometrische Funktionen
 Hyperbolische Funktionen, Areafunktionen
 deMoivre's Theorem

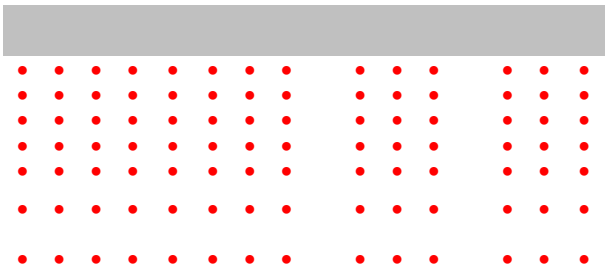
Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium



Potenzreihenentwicklung von Funktionen

Reihendarstellung von Funktionen
 Taylorentwicklung
 Konvergenzbereich
 Fehlerabschätzung
 Konvergenzradius
 Beispiele: Exponentialfunktion, Sinus, Cosinus, Logarithmus
 Addition, Multiplikation und Differentiation von Potenzreihen

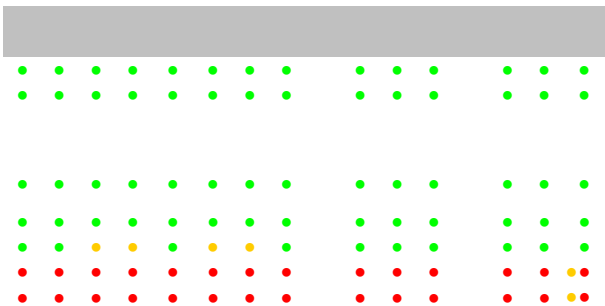
Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium



Differentialrechnung

Bedeutung: Steigung, Änderungsrate
 Differenzenquotient
 Nutzung des Begriffs "Grenzwert" an diesem Beispiel
 Ableitungen elementarer Funktionen: Polynome, sin, cos, exp, 1/x
 Höhere Ableitungen
 Produkt, Quotienten, Kettenregel
 Partielle Differentiation
 Totales Differential

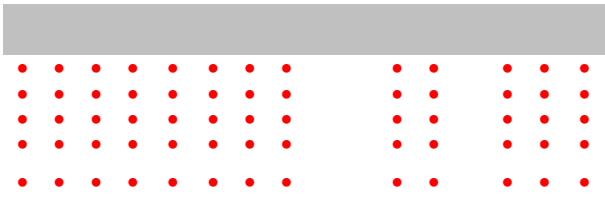
wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 wird vorausgesetzt
 Studium
 Studium



Differentialoperatoren

Gradient
 Divergenz
 Rotation
 Laplaceoperator
 Differentialoperatoren in krummlinigen Koordinaten

Studium
 Studium
 Studium
 Studium
 Studium



Integralrechnung

Bestimmtes Integral	wird vorausgesetzt	• • • • • • • • • • • • • • • •
Interpretation als Fläche unter einer Kurve und als Kumulieren einer Größe	wird vorausgesetzt	• • • • • • • • • • • • • • • •
Integral als Summe (von infinitesimalen Größen)	wird vorausgesetzt	
Nutzung des Begriffs "Grenzwert" an diesem Beispiel	wird vorausgesetzt	
Unbestimmtes Integral, Stammfunktion	wird vorausgesetzt	• • • • • • • • • • • • • • • •
Integrale elementarer Funktionen	wird vorausgesetzt	• • • • • • • • • • • • • • • •
Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	wird vorausgesetzt	• • • • • • • • • • • • • • • •
Linearität der Integration	wird vorausgesetzt	• • • • • • • • • • • • • • • •
Partielle Integration	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Substitutionsregel	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Unendliche Integrationsgrenzen	wird vorausgesetzt	• • • • • • • • • • • • • • • •
Partialbruchzerlegung	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Kurvenintegrale	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Flächenintegrale	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Integration in Polarkoordinaten	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Volumenintegral	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Integration in Zylinder und Kugelkoordinaten	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Gauß'scher und Stoke'scher Integralsatz	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •

Differentialgleichungen

Wachstum einer Population, Radioaktiver Zerfall	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Harmonische Schwingung eines Federpendels	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Ordnungen	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Lineare Differentialgleichungen	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Inhomogene Differentialgleichungen	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Lösung durch Trennung der Variablen, Separationsverfahren	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Anfangswertprobleme	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Allgemeine lineare DGL n-ter Ordnung	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Das Iterationsverfahren von Picard-Lindelöf	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Potenzreiheneinsatz	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Taylor Reihenentwicklung	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Potenzverfahren	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Wronskideterminante	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Reduktionsverfahren	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Defective Matrices	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •

Statistik

Zufallsgröße, Ergebnis, Ergebnismenge, Ereignis, Laplacesche Wahrscheinlichkeit	wird vorausgesetzt	• • • • • • • • • • • • • • • •
Zufallsexperiment	wird vorausgesetzt	• • • • • • • • • • • • • • • •
Binominalverteilung	wird vorausgesetzt	• • • • • • • • • • • • • • • •
Normalverteilung	wird vorausgesetzt	• • • • • • • • • • • • • • • •

Verschiedenes

Vollständige Induktion	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Kegelschnitte	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Fourier-Transformation	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •
Delta Distribution	Studium	• • • • • • • • • • • • • • • •

Die Tabelle listet all diejenigen mathematischen Methoden stichpunktartig auf, die früh im Physikstudium benötigt werden. Die farbigen Punkte geben an, inwieweit das jeweilige Thema in den einzelnen Bundesländern von der Schule behandelt wird. Zu jedem Thema ist die Empfehlung der KFP angegeben, ob das Thema bei Studienbeginn vorausgesetzt wird und daher in den Vorkursen behandelt werden kann, um individuelle Lücken auszugleichen (Stichwort „wird vorausgesetzt“) oder ob es im Studium z.B. in der Veranstaltung Mathematischen Methoden eingeführt werden sollte (Stichwort Studium). Erläuterung des Farbcodes siehe oben, weiße Felder bedeuten, dass keine Daten vorlagen. Zwei farbige Punkte in einem Feld bedeuten im Falle von Bremen und Thüringen, dass es Wahlmöglichkeiten der Schulen für Schwerpunkte gibt oder Kurse mit unterschiedlichem Anforderungsniveau existieren bzw. dass unterschiedliche Angaben aus verschiedenen Quellen vorlagen.

Die Tabelle wurde am 28.02.2012 für das Bundesland Nordrhein-Westfalen in der Rubrik Vektoren nachgebessert. Aufgrund eines Fehlers bei der Datenerhebung waren für die Themen Rechenregeln für Vektoren, Winkel zwischen Vektoren, Gerade im Raum, Ebene im Raum, Lineare Unabhängigkeit und Skalarprodukt in NRW falsche Farben abgedruckt.